การสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์ด้วยโปรแกรม Visual Basic

A Synthesis of Fourier Series by Visual Basic Program

สำคัญ รัตนบุรี [1*]

Samkhan Rattanaburi [1*]

บทคัดย่อ

อนุกรมฟูเรียร์คือผลบวกของฟังก์ชันไซน์และฟังก์ชันโคไซน์ที่ใช้ประมาณฟังก์ชันที่เป็นคาบ (Periodic function) เมื่อกำหนดฟังก์ชันเป็นคาบ $\psi(x)$ อันหนึ่งมาให้ ดังสมการต่อไปนี้

$$\psi(x) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi x}{a} + b_n \sin\frac{n\pi x}{a}\right)$$

เมื่อ $C_m = \frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\psi(x)e^{-im\pi x/a}dx$

$a_0 = C_0,\ a_n = C_n + C_{-n}$ และ $b_n = i(C_n - C_{-n})\ ;n = 1,2,3,...$

ผลบวกของอนุกรมอนันต์ดังกล่าวจะลู่เข้าสู่ค่า $\psi(x)$ ความจริงอันนี้สามารถแสดงให้เห็นโดยใช้ศักยภาพของโปรแกรม Visual Basic 2010 ช่วยให้เกิดความเข้าใจอนุกรมฟูเรียร์ได้ง่ายขึ้น

คำสำคัญ: อนุกรมฟูเรียร์, วิชวลเบสิก

ABSTRACT

Fourierseriesis asum ofsine andcosinefunctions whichareused for estimatethe periodicfunction $\psi(x)$, as the equation following.

$$\psi(x) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi x}{a} + b_n \sin\frac{n\pi x}{a}\right)$$

where $C_m = \frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\psi(x)e^{-im\pi x/a}dx$

$a_0 = C_0,\ a_n = C_n + C_{-n}$ and $b_n = i(C_n - C_{-n})\ ;n = 1,2,3,...$

---

[1] คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย อำเภอทุ่งสง จังหวัดนครศรีธรรมราช 80110

[1] Faculty of Science and Technology, Rajamangala University of Technology Srivijaya, Thung Song, Nakhon Si Thammarat 80110, Thailand.

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ (Corresponding author, e-mail): aksrat@hotmail.com

The sum of an infinite series approachto ψ(x).This truth can be shown by the Visual Basic 2010 program,and this technique will help students to understand Fourier series.

Key words: fourier series, Visual Basic

บทนำ

อนุกรมฟูเรียร์ (Fourier Series) เป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่มีความจำเป็นมากในการศึกษาทางวิทยาศาสตร์โดยเฉพาะสาขาวิชาฟิสิกส์ (McGervey, 1995) อนุกรมฟูเรียร์มีเนื้อหาค่อนข้างยาก การจินตนาการอย่างเดียวนั้นอาจสร้างความลังเลสงสัยได้ ด้วยเหตุนี้การนำคอมพิวเตอร์มาช่วยวิเคราะห์ส่งผลให้นักศึกษามีความเข้าใจเป็นรูปธรรมมากขึ้น อนุกรมฟูเรียร์มีเนื้อหาพอสรุปได้ดังนี้

เมื่อกำหนดฟังก์ชันเป็นคาบ ψ(x) มาให้ซึ่งมีคาบเป็น $2a$ จากบทนิยามของฟังก์ชันเป็นคาบ เราจะได้ว่า (Arfken, 1985)

$$\psi(x+2a)=\psi(x) \quad \text{ทุกๆ ค่าของ } x \tag{1}$$

เราสมมติว่า ψ(x) สามารถเขียนอยู่ในรูปของผลบวกของอนุกรมไซน์และโคไซน์ โดยที่ผลบวกของอนุกรมอนันต์ดังกล่าวลู่เข้าสู่ค่า ψ(x) เพื่อให้สอดคล้องกับข้อกำหนดดังกล่าว แต่ละเทอมในอนุกรมจะต้องเป็นฟังก์ชันแบบคาบที่มีคาบเท่ากับ $2a$ ด้วยเหตุผลดังกล่าวเราจึงเลือกฟังก์ชันไซน์และฟังก์ชันโคไซน์ที่มีคาบเป็น 2a, 2a/2, 2a/3,... ดังนั้น

$$\psi(x)=a_o+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos\tfrac{n\pi x}{a}+b_n\sin\tfrac{n\pi x}{a}\right) \tag{2}$$

จาก

$$\cos\tfrac{n\pi x}{a}=\frac{e^{in\pi x/a}+e^{-in\pi x/a}}{2} \tag{3a}$$

$$\sin\tfrac{n\pi x}{a}=\frac{e^{in\pi x/a}-e^{-in\pi x/a}}{2i} \tag{3b}$$

แทนสมการ (3a) และ (3b) ลงในสมการ (2) เราจะได้ว่า

$$\psi(x)=a_o+\sum_{n=1}^{\infty}\left((\tfrac{1}{2}a_n+\tfrac{1}{2i}b_n)e^{in\pi x/a}+(\tfrac{1}{2}a_n-\tfrac{1}{2i}b_n)e^{-in\pi x/a}\right)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n e^{in\pi x/a} \tag{4}$$

โดยที่ $C_0=a_0$ และ

สำหรับ $C_n=\tfrac{1}{2}a_n+\tfrac{1}{2i}a_n$, $C_{-n}=\tfrac{1}{2}a_n-\tfrac{1}{2i}b_n$ (5)

ให้สังเกตว่าค่าของ C_n นั้นได้รับการนิยามทั้ง n เป็นบวกและเป็นลบ เราสามารถหาสัมประสิทธิ์สำหรับค่า C_m ที่แน่นอนใด ๆ ได้ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

จัดการคูณทั้งสองด้านของสมการ (4) ด้วย $e^{-im\pi x/a}$ ต่อมาทำการปริพันธ์เทียบกับ x บนช่อง $[-a,a]$

$$\int_{-a}^{a}\psi(x)e^{-im\pi x/a}dx=\int_{-a}^{a}\sum_{-\infty}^{\infty}C_n e^{in\pi x/a}e^{-im\pi x/a}dx \quad (6)$$

ปริพันธ์มีค่าเป็นศูนย์ยกเว้นปริพันธ์ซึ่ง n มีค่าเท่ากับ m ดังนั้น

$$C_m=\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\psi(x)e^{-im\pi x/a}dx \quad (7)$$

เมื่อปริพันธ์ข้างต้นมีค่า ในการเขียนอนุกรมฟูเรียร์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันค่าจริง เราทำได้โดยการแก้สมการ (5) เพื่อหาค่า a_n และ b_n ซึ่งเราได้ว่า

$$a_0=C_0,\ \ a_n=C_n+C_{-n}\ \text{และ}\ \ b_n=i(C_n-C_{-n})\ \text{สำหรับ}\ \ n=1,2,3,... \quad (8)$$

อย่างไรก็ตามโปรแกรมสำเร็จรูป เช่น Mathematica,,Mathlab สามารถสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์ได้เช่นกัน เช่น Wolfram MathWorld ได้นำโปรแกรม Mathematica มาสังเคราะห์ฟูเรียร์ฟังก์ชัน square wave, saw tooth wave, triangle wave และ semicircle (Weisstein, 2014)

วัสดุอุปกรณ์และวิธีดำเนินการวิจัย

1. คำนวณหาค่า a_0,a_n,b_n

ในการวิจัยนี้จะทำการสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์เพื่อเป็นตัวอย่าง 3 ฟังก์ชันด้วยกันคือ ฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันพาราโบลา และ ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล โดยมีรายละเอียดต่อนี้

1.1 ฟังก์ชันขั้นบันได (Körner, 1993)

$$\psi(x)=1,\ (-b<x<+b)$$

$$\psi(x)=0\ \ (b<|x|<a)$$

$$\psi(x+2a)=\psi(x)\ \text{สำหรับทุกๆ ค่าของ}\ x\in R\ \ \text{เมื่อ a และ b มากกว่า 0}$$

ใช้สมการ (7) และ (8) คำนวณหาค่า a_0,a_n,b_n ได้ดังนี้

$$a_n=\frac{2}{n\pi}\sin\frac{n\pi b}{a}\ (\text{สำหรับ}\ \ n\neq 0),\ \ b_n=0,\ a_0=C_0=\frac{1}{2a}\int_{-b}^{b}dx=\frac{b}{a}$$

สมมติให้ b/a = ½ แทนลงในสมการ (2) เราได้อนุกรม

$$\psi(x)=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi x}{2}+\frac{2}{2\pi}\sin\frac{2\pi}{2}\cos\frac{2\pi x}{2}+\frac{2}{3\pi}\sin\frac{3\pi}{2}\cos\frac{3\pi x}{2}+...$$

$$\psi(x)=\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2}\cos\frac{n\pi x}{2}\right) \quad (9)$$

1.2 ฟังก์ชันพาราโบลา

$$\psi(x)=x^2\ (-b<x<+b)$$

$$\psi(x)=0\ \ (b<|x|<a)$$

$$\psi(x+2a)=\psi(x)\ \text{สำหรับทุกๆค่าของ x}$$

ใช้สมการ (7) และ (8) คำนวณหาค่า a_0,a_n,b_n ได้ดังนี้

$$a_o = c_o = \frac{b^3}{3a}$$

$$a_n = \frac{2b^2}{n\pi}\sin\frac{n\pi b}{a} + \frac{4ab}{(n\pi)^2}\cos\frac{n\pi b}{a} - \frac{4a^2}{(n\pi)^3}\sin\frac{n\pi b}{a}, \; b_n = 0$$

แทนลงในสมการ (2) เราได้อนุกรม

$$\psi(x) = \frac{b^3}{3a} + \sum_{n=1}^{\infty}\left((\frac{2b^2}{n\pi}\sin\frac{n\pi b}{a} + \frac{4ab}{(n\pi)^2}\cos\frac{n\pi b}{a} - \frac{4a^2}{(n\pi)^3}\sin\frac{n\pi b}{a})\cos\frac{n\pi x}{a} \right)$$

สมมติให้ b=3 ,a = 6 เราจะได้ว่า

$$\psi(x) = \frac{3}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left((\frac{18}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2} + \frac{72}{(n\pi)^2}\cos\frac{n\pi}{2} - \frac{144}{(n\pi)^3}\sin\frac{n\pi}{2})\cos\frac{n\pi x}{6} \right) \quad (10)$$

1.3 ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล

$$\psi(x) = e^x \; (-b < x < +b)$$

$$\psi(x) = 0 \;\; (b < |x| < a)$$

$$\psi(x + 2a) = \psi(x) \;\; \text{สำหรับทุกๆค่าของ } x$$

ใช้สมการ (7) และ (8) คำนวณหาค่า a_o, a_n, b_n ได้ดังนี้

$$a_n = \frac{a(e^{2b} - 1)\cos\frac{n\pi b}{a} + n\pi(e^{2b} + 1)\sin\frac{n\pi b}{a}}{e^b(a^2 + n^2\pi^2)}$$

$$b_n = \frac{a(e^{2b} + 1)\sin\frac{n\pi b}{a} - n\pi(e^{2b} - 1)\cos\frac{n\pi b}{a}}{2e^b(a^2 + n^2\pi^2)}$$

$$a_o = \frac{1}{2a}(e^b - e^{-b})$$

สมมติให้ b=2 ,a = 6 เราจะได้ว่า

$$a_n = \frac{6(e^4 - 1)\cos\frac{n\pi}{3} + n\pi(e^4 + 1)\sin\frac{n\pi}{3}}{e^2(36 + n^2\pi^2)}$$

$$b_n = \frac{6(e^4 + 1)\sin\frac{n\pi}{3} - n\pi(e^4 - 1)\cos\frac{n\pi}{3}}{2e^2(36 + n^2\pi^2)}$$

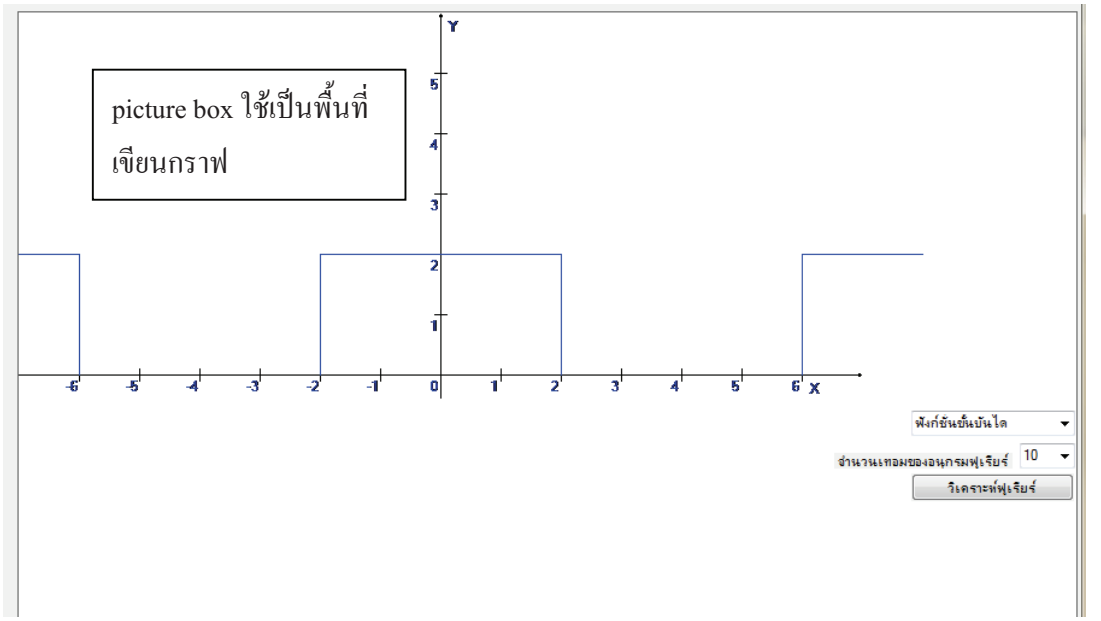
$$a_o = \frac{1}{12}(e^2 - e^{-2})$$

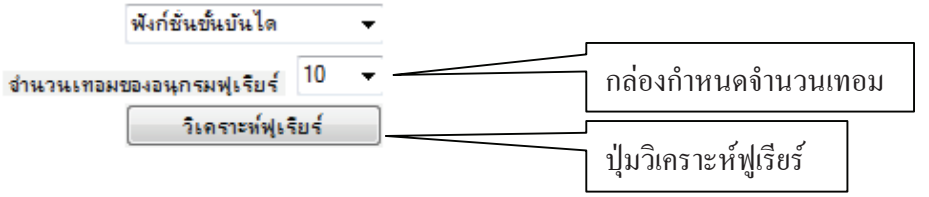
แทนลงในสมการ (2) เราได้อนุกรม

$$\psi(x) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\tfrac{n\pi x}{6} + b_n \sin\tfrac{n\pi x}{6} \right) \quad (11)$$

2. ออกแบบหน้าต่างส่วนติดต่อกับผู้ใช้ (User interface) และเขียนโปรแกรม (ชัชวาล, 2550)

2.1 ออกแบบปุ่มคำสั่ง (command button) และวัตถุที่ใช้แสดงภาพคือกล่องภาพ (picture box)





2.2 การเขียนโปรแกรม (ชัชวาล, 2550)

2.2.1 ประกาศตัวแปรต่าง ๆ ที่ส่วนประกาศของตัวแปรของฟอร์มเพื่อใช้เรียกจากทุกโปรแกรมย่อย (โพรซีเยอร์) ในฟอร์ม

```
Dim QMGrapFurea As System.Drawing.Graphics ‘ประกาศตัวแปรใช้เป็นพื้นที่วาดกราฟฟูเรียร์
Dim bmpFurea As System.Drawing.Bitmap ‘ประกาศตัวแปรวาดกราฟฟูเรียร์ชนิด BMP ลงในคลิบบอร์ด
Dim BlackPen As New Pen(Color.Black, 1), ColorPen As New Pen(Color.Blue, 1) , ColorPen1 As New Pen(Color.Red, 1) ‘สร้างปากกาสีดำ สร้างปากกาสีน้ำเงินและสร้างปากกาสีแดง
Dim QmFont As Font, QmSymFont As Font, FreFont As Font ‘สร้างfontต่างๆ
Dim StFu# , StFuNex# ‘ ตัวแปรกำหนดค่าบนแกน y ของ จุดเริ่มต้นในการเขียนกราฟการสังเคราะห์ฟูเรียร์ที่ได้จากอนุกรมไซน์และโคไซน์ และตัวแปรกำหนดค่าบนแกน y ของ จุดถัดไปในการเขียนกราฟการสังเคราะห์ฟูเรียร์ที่ได้จากอนุกรมไซน์และโคไซน์
```

Dim iStFu%, iStFuNex% # ‘ ตัวแปรกำหนดค่าบนแกน y ของ จุดเริ่มต้นในการเขียนกราฟการสังเคราะห์ฟูเรียร์ที่ได้จากอนุกรมไซน์และโคไซน์ มีค่าเป็นจำนวนเต็ม และ ตัวแปรกำหนดค่าบนแกน y ของ จุดถัดไปในการเขียนกราฟการสังเคราะห์ฟูเรียที่ได้จากอนุกรมไซน์และโคไซน์ มีค่าเป็นจำนวนเต็ม

Dim StFuC#, StFuNexC# ‘ ตัวแปรกำหนดค่าบนแกน y ของจุดเริ่มต้นในการเขียนกราฟ พาราโบลา และเอกโปเนนเชียลและตัวแปรกำหนดค่าบนแกน y ของ จุดถัดไปในการเขียนกราฟ พาราโบลา และเอกโปเนนเชียล

Dim iStFuC% ,iStFuNexC% ‘ ตัวแปรกำหนดค่าบนแกน y ของจุดเริ่มต้นในการเขียนกราฟ พาราโบลา และเอกโปเนนเชียลมีค่าเป็นจำนวนเต็มและตัวแปรกำหนดค่าบนแกน y ของ จุดถัดไปในการเขียนกราฟ พาราโบลา และเอกโปเนนเชียลมีค่าเป็นจำนวนเต็ม

Dim n% ‘จำนวนเทอมของฟังก์ชันย่อยอนุกรมฟูเรียร์

2.2.2 การโหลดค่าต่างๆ ขึ้นมาขณะเปิดโปรแกรม

```
Private Sub FrmQM_Load(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs)
Handles MyBase.Load
    Ee = Math.E ‘ กำหนดค่าคงที่เลขธรรมชาติ e โดยใช้ชื่อ Eeมีค่า2.718281828459
    QmFont = New Font(“Angsana New”, 16, FontStyle.Italic)
    QmSymFont = New Font(“Symbol”, 16, FontStyle.Italic)
    bmpFurea = New System.Drawing.Bitmap(880, 880, System.Drawing.Imaging.PixelFormat.
_Format24bppRgb) ‘ กำหนดพื้นที่การวาดรูบลงในคลิบบอร์ด
    bmpFurea.MakeTransparent()
    QMGrapFurea = System.Drawing.Graphics.FromImage(bmpFurea)
    n = Int(CmbFuTerm.Text)
End Sub
```

2.2.3 โปรแกรมย่อยที่สร้างขึ้นเพื่อใช้เขียนกราฟต่าง ๆ

2.2.3.1 โปรแกรมย่อยที่ใช้วาดแกน X และ แกน Y

```
Private Sub LineXYFurea()

    BlackPen.EndCap = Drawing2D.LineCap.ArrowAnchor
    QMGrapFurea.DrawLine(BlackPen, 0, 300, 700, 300) ‘แกนX
    QMGrapFurea.DrawLine(BlackPen, 350, 320, 350, 0) ‘แกนY
    QMGrapFurea.DrawString(“X”, Me.Font, GrapBrush, 655, 305)
    QMGrapFurea.DrawString(“Y”, Me.Font, GrapBrush, 355, 5)
    BlackPen.EndCap = Drawing2D.LineCap.Flat
```

```
        For x = 0 To 12
          QMGrapFurea.DrawLine(BlackPen, 50 + 50 * x, 295, 50 + 50 * x, 305) ‘ขีดบนแกนX
          QMGrapFurea.DrawString(Str(x - 6), Me.Font, GrapBrush, 37 + 50 * x, 303) ‘ตัวเลขบน
แกนX
        Next x

        For x = 0 To 5
          QMGrapFurea.DrawLine(BlackPen, 345, 300 - 50 * x, 355, 300 - 50 * x) ‘ขีดบนแกนY
          QMGrapFurea.DrawString(Str(x), Me.Font, GrapBrush, 337, 303 - 50 * x) ‘ตัวเลขบน
แกนY
        Next x
        Me.PictureBox4.Image = bmpFurea

      End Sub
```

2.2.3.2 โปรแกรมย่อยที่ใช้วาดฟังก์ชันต่าง ๆ และโปรแกรมย่อยที่ใช้วาดกราฟที่ได้จากการสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์

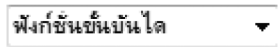
```
      Private Sub StepFunct() ‘โปรแกรมย่อยที่ใช้วาดฟังก์ชันต่างๆที่นำมาสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์
        If CmbFurea.Text = “ฟังก์ชันขั้นบันได” Then  ‘วาดกราฟฟังก์ชันขั้นบันได
          ColorPen.Color = Color.Blue
          QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, 0, 200, 50, 200)
          QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, 50, 200, 50, 300)
          QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, 250, 200, 450, 200)
          QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, 250, 200, 250, 300)
          QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, 450, 200, 450, 300)
          QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, 650, 200, 750, 200)
          QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, 650, 200, 650, 300)
          Me.PictureBox4.Image = bmpFurea
        ElseIf CmbFurea.Text = “ฟังก์ชันพาราโบลา” Then ‘วาดกราฟฟังก์ชันพาราโบลา
          For z = 250 To 450
            StFuC = ((z - 350) ^ 2) / 50
            StFuNexC = ((z - 349) ^ 2) / 50
            iStFuC = StFuC
            iStFuNexC = StFuNexC
```

```
            ColorPen.Color = Color.Blue
            QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, z, 300 - iStFuC, z + 1, 300 - iStFuNexC)
        Next z
        Me.PictureBox4.Image = bmpFurea
    ElseIf CmbFurea.Text = "ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล" Then 'วาดกราฟฟังก์ชันเอกโปเนลเชียล
        For z = 275 To 425
            StFuC = 50 * Ee ^ ((z - 350) / 50)
            StFuNexC = 50 * Ee ^ ((z - 349) / 50)
            iStFuC = StFuC
            iStFuNexC = StFuNexC
            ColorPen.Color = Color.Blue
            QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, z, 300 - iStFuC, z + 1, 300 - iStFuNexC)
        Next z
        Me.PictureBox4.Image = bmpFurea
    End If
End Sub
Private Sub FureaFunct() 'โปรแกรมย่อยที่ใช้วาดกราฟที่ได้จากการสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์

    If CmbFurea.Text = "ฟังก์ชันขั้นบันได" Then
        StFu = 100 / 2

        For y = 1 To n
            StFu = StFu + (200 / (y * Pi)) * Math.Sin(y * Pi / 2) * Math.Cos(y * Pi * (x - 350) / (200))
            iStFu = StFu
        Next y
        For x = 0 To 750
            StFuNex = 100 / 2
            For y = 1 To n
                StFuNex = StFuNex + (200 / (y * Pi)) * Math.Sin(y * Pi / 2) * Math.Cos(y * Pi * (x
- 349) / (200))
        Next y
        iStFuNex = StFuNex
        ColorPen.Color = Color.Red
```

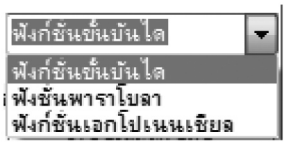
```
            QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, x, 300 - iStFu, x + 1, 300 - iStFuNex)
            iStFu = iStFuNex
          Next x
          Me.PictureBox4.Image = bmpFurea

        ElseIf CmbFurea.Text = "ฟังก์ชันพาราโบลา" Then
          StFu = 75

          For y = 1 To n
            StFu = StFu + ((900 / (y * Pi)) * Math.Sin(y * Pi / 2) + (3600 / ((y * Pi) ^ 2)) * Math.
Cos(y * Pi / 2) - (7200 / (y * Pi) ^ 3) * Math.Sin(y * Pi / 2)) * Math.Cos(y * Pi * (-100) / 300)
          Next y
          iStFu = StFu
          For x = 250 To 450
            StFuNex = 75
            For y = 1 To n
              StFuNex = StFuNex + ((900 / (y * Pi)) * Math.Sin(y * Pi / 2) + (3600 / ((y * Pi) ^ 2))
* Math.Cos(y * Pi / 2) - (7200 / (y * Pi) ^ 3) * Math.Sin(y * Pi / 2)) * Math.Cos(y * Pi * (x - 349) /
300)
            Next y
            iStFuNex = StFuNex
            ColorPen.Color = Color.Red
            QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, x, 300 - iStFu, x + 1, 300 - iStFuNex)
            iStFu = iStFuNex
          Next x
          Me.PictureBox4.Image = bmpFurea

        ElseIf CmbFurea.Text = "ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล" Then
          StFu = ((Ee ^ 2) - (Ee ^ -2)) * 25 / 6

          For y = 1 To n
          StFu = StFu + (50 * (6 * ((Ee ^ 4) - 1) * Math.Cos(y * Pi / 3) _
            + y * Pi * ((Ee ^ 4) + 1) * Math.Sin(y * Pi / 3)) * Math.Cos(y * Pi * (-75) / 300) _
```

```
        + 50 * (6 * ((Ee ^ 4) + 1) * Math.Sin(y * Pi / 3) - y * Pi * ((Ee ^ 4) - 1) _
          * Math.Cos(y * Pi / 3)) * Math.Sin(y * Pi * (-75) / 300)) / (Ee ^ 2 * (36 + (y * Pi) ^ 2))
      Next y
      iStFu = StFu
      For x = 275 To 425
        StFuNex = ((Ee ^ 2) - (Ee ^ -2)) * 25 / 6
        For y = 1 To n
          StFuNex = StFuNex + (50 * (6 * ((Ee ^ 4) - 1) * Math.Cos(y * Pi / 3) _
            + y * Pi * ((Ee ^ 4) + 1) * Math.Sin(y * Pi / 3)) * Math.Cos(y * Pi * (x - 350) / 300) _
            + 50 * (6 * ((Ee ^ 4) + 1) * Math.Sin(y * Pi / 3) - y * Pi * ((Ee ^ 4) - 1) _
              * Math.Cos(y * Pi / 3)) * Math.Sin(y * Pi * (x - 350) / 300)) / (Ee ^ 2 * (36 + (y *
Pi) ^ 2))
        Next y
        iStFuNex = StFuNex
        ColorPen.Color = Color.Red
        QMGrapFurea.DrawLine(ColorPen, x, 300 - iStFu, x + 1, 300 - iStFuNex)
        iStFu = iStFuNex
      Next x
      Me.PictureBox4.Image = bmpFurea
    End If

    End Sub
```

2.2.4 การเขียนโปรแกรมเมื่อเกิดเหตุการณ์คลิกที่ปุ่มต่างๆ (ชัชวาล, 2550)

2.2.4.1 การคลิกที่เลือกข้อความจาก Combo Box 

มีข้อความให้เลือก 3 รายการดังรูป



2.2.4.2 การคลิกที่เลือกข้อความจาก Combo Box

มีตัวเลขให้เลือกได้ 8 รายการได้ 8 ค่าด้วยกันคือ 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50 และ 100

2.2.4.3 การคลิกที่ปุ่มคำสั่ง

จะเรียกคำสั่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

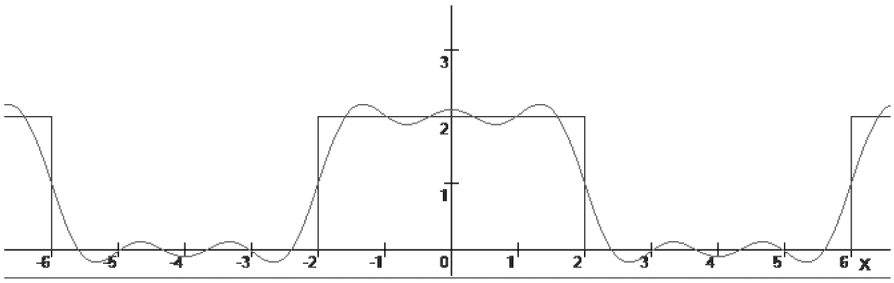
```
Private Sub BtAnalyFurea_Click (ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.
EventArgs) Handles BtAnalyFurea.Click
```

```
        bmpFurea = New System.Drawing.Bitmap(880, 880, System.Drawing.Imaging.PixelFormat.
Format24bppRgb)
        bmpFurea.MakeTransparent()
        QMGrapFurea = System.Drawing.Graphics.FromImage(bmpFurea)
        Call LineXYFurea()
        Call StepFunct()
        Call FureaFunct()
    End Sub
```

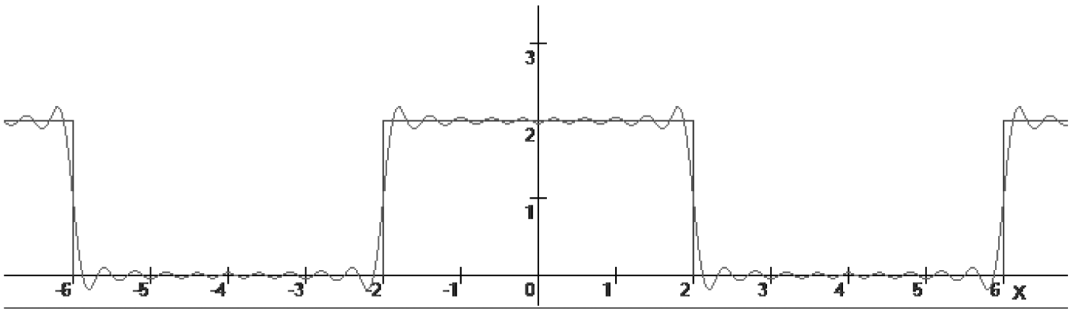
ผลการวิจัยการวิจัยและอภิปรายผล

การวิจัยนี้ได้ทำการสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์ 3 ฟังก์ชันด้วยกัน คือ ฟังชั่นขั้นบันได (Brown and Churchill, 1993) ฟังก์ชันพาราโบลาและฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล ฟังชันที่ไม่มีใครวิจัยมาก่อนมี 2 ฟังก์ชันด้วยกัน คือ ฟังก์ชันพาราโบลาและฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล ซึ่งสามารถแสดงผลเป็นภาพต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. ฟังก์ชันขั้นบันได

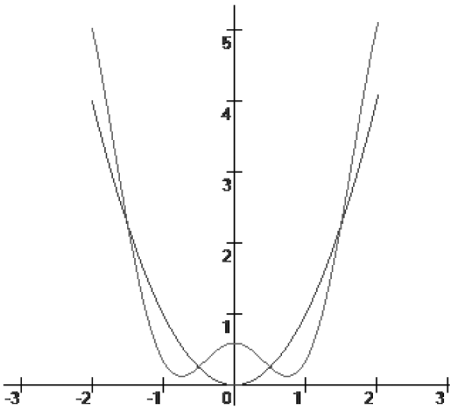


การสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์ฟังก์ชันขั้นบันไดที่ได้จากฟังก์ชันย่อย n = 5 ฟังก์ชัน

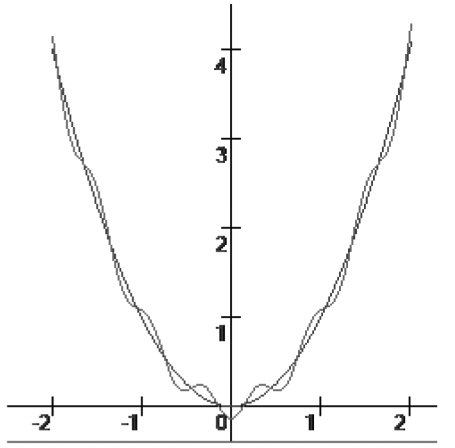


การสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์ฟังก์ชันขั้นบันไดที่ได้จากฟังก์ชันย่อย n = 20 ฟังก์ชัน

2. ฟังก์ชันพาราโบลา

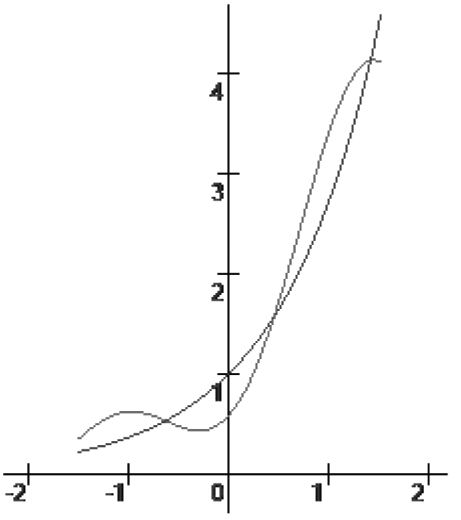


การสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์ฟังก์ชันพาราโบลาที่ได้จากฟังก์ชันย่อย n = 5 ฟังก์ชัน

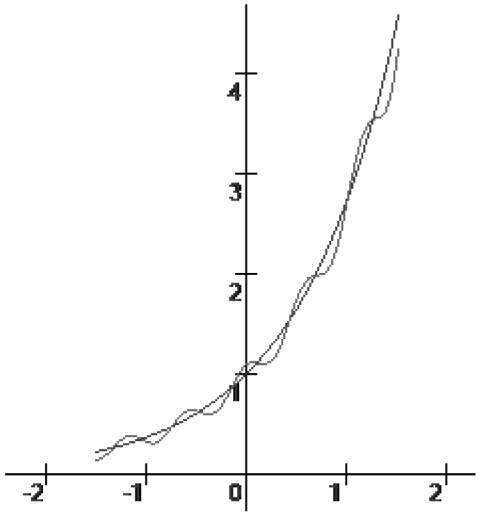


การสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์ฟังก์ชันพาราโบลาที่ได้จากฟังก์ชันย่อย n = 20 ฟังก์ชัน

3. ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล



การสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียลที่ได้จากฟังก์ชันย่อย n = 5 ฟังก์ชัน



การสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียลที่ได้จากฟังก์ชันย่อย n = 20 ฟังก์ชัน

สรุป

สำหรับการวิจัยนี้ได้ทำการสังเคราะห์อนุกรมฟูเรียร์ 3 ฟังก์ชันด้วยกัน คือ ฟังชั่นขั้นบันได ฟังก์ชันพาราโบลาและฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล ฟังชันที่ไม่มีใครวิจัยมาก่อนมี 2 ฟังก์ชันด้วยกัน คือ ฟังก์ชันพาราโบลาและฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล จากการศึกษาวิจัยจะเห็นได้ว่าการบูรณาการความรู้ระหว่างคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ อันเกี่ยวกับการสังเคราะห์อนุกรมฟูเรีย สามารถนำมาพัฒนาการศึกษาให้นักศึกษาสามารถเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมได้อย่างเป็นรูปธรรมมากขึ้น ในขณะเดียวกันผู้วิจัยหวังว่าประสบการณ์และทักษะที่ได้จากการเขียนโปรแกรมด้วย Visual Basic 2010 หากมีผู้สนใจนำไปพัฒนาต่อยอดคงมีประโยชน์ต่อวงการวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ไม่มากก็น้อย

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย ที่ให้การสนับสนุนทุนวิจัยและ ขอขอบคุณ รศ.ดร.นิคม ชูศิริ เป็นอย่างสูงที่ให้คำปรึกษาในส่วนของเนื้อหาวิชาการ

เอกสารอ้างอิง

ชัชวาล ศุภเกษฒ. 2550. **คัมภีร์การใช้ Visual Basic 2005 ฉบับสมบูรณ์**. บริษัท ซีเอ็ยูเคชั่น จำกัด (มหาชน), กรุงเทพฯ.

Arfken, G. 1985. Fourier series. pp. 760-793. *In* Weber, H.J. and Arfken, G.B., eds. **Mathematical Methods for Physicists, 3rd ed.** Academic Press, Orlando, FL.

Brown, J.W. and Churchill, R.V. 1993. **Fourier Series and Boundary Value Problems, 5th ed.** McGraw-Hill, New York.

Körner, T.W. 1993. **Exercises for Fourier Analysis.** Cambridge University Press, New York.

McGervey, J. 1995. **Quantum Mechanics.** Department of Physics, Case Westem Reserve University. Acadamic Press Inc., San Diago.

Weisstein, E.W. 2014. **Fourier Series**. MathWorld – A Wolfram Web Resource. Avaible Source: http://mathworld.wolfram.com/FourierSeries.html, May 20, 2014.